Evaluation des paramètres de l'équipement EME en réception
Utilisation du soleil et des radio–sources

Franck F5SE, kozton@free.fr

1) Introduction

Le rayonnement radioélectrique du soleil et des radio–sources, de même que celui de la lune et de la terre (sol), peut être mis à profit pour évaluer les paramètres de l'équipement EME en réception.

2) Théorie

2.1) Densité de flux et puissance reçue

La densité de flux d'énergie, ou simplement flux par abus de langage, est exprimée soit en joules par mètre carré (J/m^2), soit encore, en watts par mètre carré par hertz (W/m^2/Hz), ce qui revient au même. Dans le domaine hertzien, les valeurs de flux sont extrêmement faibles. L'ordre de grandeur est donné dans le tableau suivant:

	Densité de flux (J/m²)	Densité de flux (dBJ/m²)
Soleil Radio–sources	10^{-22} 10^{-26}	–220 –260

Le soleil fait l'objet d'observations quotidiennes systématiques dans le domaine hertzien, et les résultats sont publiés sur cette page: http://www.swpc.noaa.gov/ftpdir/lists/radio/, extraite du site du *Space Weather Prediction Center*.

Le flux d'une source ponctuelle capté par une antenne est donné par la formule de Rayleigh–Jeans.

$$S = \frac{2\mathrm{k}T_\mathrm{B}\,\Omega_\mathrm{A}}{\lambda^2} \tag{2.1}$$

où:

- S : densité de flux sur la longueur d'onde considérée, en joules par mètre carré (J/m^2).
- k : constante de Boltzmann, en joule/degrés Kelvin. $\mathrm{k} \simeq 1,3806504 \cdot 10^{-23}$ J/°K.
- T_B : tempréráture de brillance de la source, en degrés Kelvin (°K).
- Ω_A : angle solide d'ouverture de l'antenne de réception à mi–puissance, en stéradian (sr).
- λ : longueur d'onde, en mètres (m).

Dans le cas du corps noir ou d'un gaz ionisé optiquement épais, T_B est égale à la température réelle de la source, mais elle peut prendre des valeurs quelconques, bien plus élevées dans le cas où l'émission est due à des mécanismes autres que thermiques.

La formule de Rayleigh–Jeans, valable dans le cas des ondes radioélectriques pour lesquelles on a toujours $\mathrm{hc}/\lambda \ll \mathrm{k}T$, h étant la constante de Planck et c, la vitesse de la lumière, n'est autre qu'une approximation de la loi d'émission du corps noir établie par Planck (voir annexe 2).

Le gain G_A de l'antenne* est lié à son angle solide (angle d'ouverture spatial de l'antenne à mi–puissance) par la relation suivante (voir annexe 1):

* Il s'agit du gain *isotrope* de l'antenne, et non de son gain *par rapport au dipôle demi–onde*.

$$G_A = \frac{4\pi}{\Omega_A} \tag{2.2}$$

On en déduit l'angle solide à partir du gain:

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{G_A} \tag{2.3}$$

On remplace l'angle solide par sa valeur dans (2.1), et on obtient le flux.

$$S = \frac{8\pi \mathrm{k} T_B}{G_A \lambda^2} \tag{2.4}$$

Dans la pratique, c'est le flux de la radio–source qui est connu, résultat obtenu après de nombreuses observations menées par les divers radiotélescopes du monde entier. La connaissance du flux permet donc de calculer la température équivalente de brillance des radio–sources.

$$T_B = \frac{S G_A \lambda^2}{8\pi \mathrm{k}} \tag{2.5}$$

Enfin, la puissance P_B d'une radio–source de température T_B reçue par un récepteur ayant une bande passante Bw, est donnée par la relation suivante:

$$P_B = \mathrm{k} T_B Bw \tag{2.6}$$

Soit, après remplacement de T_B dans (2.6) par sa valeur donnée par (2.5):

$$P_B = \frac{S\, G_A\, \lambda^2 Bw}{8\pi} \tag{2.7}$$

où:

P_B : puissance reçue aux bornes de l'antenne, en watts (W).
S : densité de flux sur la longueur d'onde considérée, en joules par mètre carré ($\mathrm{J/m^2}$).
Bw : bande passante du récepteur, en hertz (Hz).
λ : longueur d'onde, en mètres (m).

2.2) Sensibilité du récepteur:

La sensibilité d'un récepteur donné est la capacité de ce dernier à extraire du bruit de fond un signal utile. Ceci revient à dire qu'en–dessous d'un certain niveau de bruit, le récepteur ne peut plus déceler le signal. Ce niveau de bruit, ou puissance résiduelle de bruit ramenée à l'entrée du récepteur, s'exprime par la formule suivante:

$$P_R = \mathrm{k}\, T_R Bw \tag{2.8}$$

où:

P_R : puissance résiduelle de bruit à l'entrée du récepteur, en watts (W).
k : constante de Boltzmann, en joule/degrés abolus. $\mathrm{k} \simeq 1,3806504 \cdot 10^{-23}$ J/°K.
T_R : température équivalente de bruit du récepteur, en degrés absolus kelvin (°K).
Bw : bande passante du récepteur, en hertz (Hz).

Dans la pratique, on remplace souvent la température de bruit par un paramètre similaire, le facteur de bruit, lié à la température par la relation suivante:

$$T_{\mathrm{R}} = T_0(N-1) \tag{2.9}$$

où:

T_0 : température de référence. $T_0 = 290°\mathrm{K}$ *par convention.*
N : facteur de bruit. $N \geq 1$ dans tous les cas.

Souvent, on exprime le facteur de bruit (*noise figure* en anglais) sous forme logarithmique (dB):

$$NF = N_{\mathrm{dB}} = 10 \log N \tag{2.10}$$

2.3) Liaison entre l'antenne et le récepteur

En règle générale, la liaison entre l'antenne et le récepteur se fait par un dispositif spécifique appelé *ligne de transmission*. Quelle que soit sa nature (câble coaxial, guide d'onde, etc.), elle présente inéluctablement des pertes. Soit M le facteur de transmission de cette ligne. Il est donc toujours ≤ 1 *par définition*. La puissance recueillie à la sortie de la ligne a pour valeur:

$$P_{\mathrm{Sortie}} = M\, P_{\mathrm{Entrée}} \tag{2.11}$$

Mais ce n'est pas tout. Du fait des pertes qu'elle introduit, l'impédance de cette ligne présente une composante "ohmique" pure. Il en découle une augmentation de la température de bruit. La température équivalente T_{L} de la ligne est donnée par la relation:

$$T_{\mathrm{L}} = T_0(1-M) \tag{2.12}$$

Remarque importante !

Après passage dans une ligne de transmission, le signal subit non seulement un *affaiblissement*, mais aussi une *dégradation* supplémentaire due à l'augmentation du bruit de fond par la présence même de la ligne. Cet effet est d'autant plus important que le facteur de bruit du récepteur pris *isolément* est bas.

2.4) Température d'antenne

La température d'antenne est la résultante d'au moins trois composantes.

1) La composante due à la résistance électrique de la structure qui n'est pas un conducteur parfait. Il s'avère que cette composante "ohmique" reste basse, du fait que la résistance de la structure demeure faible (autour de quelques dixièmes d'ohm) par rapport à l'impédance de l'antenne (50 Ω). Cependant, elle n'est pas négligeable.
2) La composante due au bruit de fond cosmique capté par l'antenne, dont l'intensité dépend de la fréquence utilisée. La composante cosmique sur 144 et 432 MHz demeure élevée, mais elle s'affaiblit à partir de 1296 MHz, en restant malgré tout significative.
3) La composante locale, due principalement aux défauts de l'antenne et à son environnement immédiat. En effet, l'antenne réelle présente toujours des lobes latéraux susceptibles de capter le bruit d'origine thermique rayonné par des objets proches de l'antenne, tels que bâtiments, arbres, sol lui–même, etc. Cette composante est également significative.

Finalement, la puissance résiduelle à l'entrée du système *antenne* + *récepteur* a pour valeur:

$$P_{\mathrm{R}} = \mathrm{k}Bw\left(T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{L}} + T_{\mathrm{R}}\right) \tag{2.13}$$

Soit encore, en substituant T_{L} et T_{R} par leurs valeurs respectives données par (2.9) et (2.12):

$$P_{\mathrm{R}} = \mathrm{k}Bw\left[T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_0(1-M) + T_0(N-1)\right] \tag{2.14}$$

qui, après regroupement et factorisation, se réduit à:

$$\boxed{P_{\mathrm{R}} = \mathrm{k}Bw\left[T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_0(N - M)\right]} \tag{2.15}$$

où:

P_{R} : puissance résiduelle de bruit ramenée à l'entrée du système, en watts (W).
k : constante de Boltzmann, en joule/degrés Kelvin. $\mathrm{k} \simeq 1,3806504 \cdot 10^{-23}$ J/°K.
Bw : bande passante du récepteur, en hertz (Hz).
T_{C} : température du fond de ciel "froid", en degrés Kelvin (°K).
T_{A} : température équivalente de l'antenne, en degrés Kelvin (°K).
T_0 : température de référence. $T_0 = 290$°K *par convention.*
M : facteur de transmission de la ligne entre l'antenne et le récepteur ($M \leq 1$).
N : facteur de bruit global du récepteur ramené à son entrée ($N > 1$).

Dans la pratique, on s'arrange pour que le facteur M demeure très voisin de l'unité. C'est pourquoi l'étage d'entrée du récepteur (traditionnellement dénommé *préampli*) est toujours connecté au plus près possible du point d'alimentation de l'antenne. Cependant, dans le cas d'un réseau d'antennes à couplage par lignes de transmission, le facteur M restera toujours inférieur à 1.

3) Pratique

La pratique consiste à mettre en œuvre des méthodes de mesure permettant l'évaluation ainsi que l'optimisation des paramètres du système de réception.

3.1) Température équivalente de bruit du récepteur

3.1.1) Méthode "sol–chaud / ciel–froid"

Si on ne dispose pas de matériel *ad–hoc* permettant de mesurer directement le facteur de bruit du récepteur, on peut, grâce à la méthode dite *sol–chaud / ciel–froid*, mesurer sa température T_{R}. Cette méthode consiste à comparer le bruit reçu par l'antenne tournée vers le point du ciel le plus froid possible, au bruit reçu lorsqu'elle est orientée vers le sol, les températures T_{C} du ciel froid et T_{G} du sol chaud étant connues *a–priori*. Dans le cas d'une parabole construite avec un illuminateur amovible, on pourra avantageusement travailler sur ce dernier au sol, à hauteur d'homme.
A ces températures vient s'ajouter la température d'antenne T_{A}, souvent difficile à évaluer, mais non négligeable. Il est donc nécessaire d'en tenir compte.

Pour simplifier l'écriture, on pose:

$$T_{\mathrm{R}} = T_0(N - M) \tag{3.1}$$

La puissance de bruit P_{C} en provenance du ciel froid est alors donnée par la relation:

$$P_{\mathrm{C}} = \mathrm{k}Bw\left(T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}\right) \tag{3.2}$$

La puissance de bruit P_{G} venant du sol "chauffé" à la température T_{G} est donnée par la relation:

$$P_{\mathrm{G}} = \mathrm{k}Bw\left(T_{\mathrm{G}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}\right) \tag{3.3}$$

En toute rigueur, les puissances considérées ci–dessus correspondent à la puissance de bruit de la source, additionée à celles de l'antenne et du récepteur, le tout ramené à l'entrée de celui–ci.

A sa sortie, on mesure ce qu'on appelle traditionnellement le *rapport signal plus bruit sur bruit*. Par exemple, si le signal est lui–même un bruit, et si sa puissance est égale à la puissance de bruit globale du système de réception (voir équation 2.15), on observe alors un doublement global de puissance à la sortie de ce dernier, soit en termes de décibels, une augmentation du bruit de +3 dB.

Le niveau de bruit Y_{C} du ciel froid recueilli par le système antenne + récepteur est donné par la relation:

$$Y_{\mathrm{C}} = \frac{T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}}{T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}} \tag{3.4}$$

De même, le niveau de bruit Y_{G} du sol "chauffé" recueilli par le système est donné par la relation:

$$Y_{\mathrm{G}} = \frac{T_{\mathrm{G}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}}{T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}} \tag{3.5}$$

On en déduit le rapport *chaud / froid* Y :

$$Y = \frac{Y_{\mathrm{G}}}{Y_{\mathrm{C}}} = \frac{T_{\mathrm{G}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}}{T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}} \tag{3.6}$$

Soit encore:

$$Y\left(T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}}\right) = T_{\mathrm{G}} + T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}} \tag{3.7}$$

T_{C} et T_{G} étant connues d'une part, et Y étant déduit de la mesure d'autre part, la température du récepteur en découle immédiatement:

$$\boxed{T_{\mathrm{R}} = \frac{T_{\mathrm{G}} - Y(T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}})}{Y - 1}} \tag{3.8}$$

ce qui permet le calcul du facteur de bruit global N_{R} du récepteur:

$$\boxed{N_{\mathrm{R}} = 1 + \frac{T_{\mathrm{R}}}{T_0}} \tag{3.9}$$

Malheureusement, l'incertitude sur la valeur de T_{A} rend cette méthode de mesure imprécise pour la détermination du facteur de bruit du récepteur seul et par suite, limite son utilisation. Mais on peut tourner la difficulté en considérant cette fois le système globalement, en y incluant l'antenne. On en déduit alors la température du système:

$$T_{\mathrm{Sys}} = T_{\mathrm{A}} + T_{\mathrm{R}} \tag{3.10}$$

Finalement, on obtient:

$$\boxed{T_{\mathrm{Sys}} = \frac{T_{\mathrm{G}} - YT_{\mathrm{C}}}{Y - 1}} \tag{3.11}$$

3.1.2) Méthode des radio–sources, notion de "système complet"

Le "système complet" comprend la source, l'antenne et le récepteur, la source pouvant être soit le soleil, soit tout autre radio–source. On substitue alors T_B à T_G (on remplace effectivement le sol par la radio–source) dans la formule (3.6), et on obtient:

$$Y = \frac{T_B + T_A + T_R}{T_C + T_A + T_R} \tag{3.12}$$

Le rapport *(signal + bruit) / bruit Y* est finalement donné par la relation suivante, déduite des formules (2.5), (2.8), (2.11) et (2.15):

$$\boxed{Y = 1 + \frac{S\,G_A\,M\lambda^2}{8\pi\,\mathrm{k}\left[T_C + T_A + T_0(N-M)\right]}} \tag{3.13}$$

où:

Y : rapport (signal + bruit) / bruit, sous forme de facteur.
S : densité de flux, en joules par mètre carré (J/m²).
G : gain isotrope de l'antenne, sous forme de facteur.
M : facteur de transmission de la ligne entre l'antenne et le premier étage du récepteur ($M \leq 1$).
λ : Longueur d'onde de travail, en mètres.

3.1.3) Facteur de mérite

Dans la relation (2.15) le terme $T_A + T_C + T_0(N-M)$ est souvent dénommé température du système de réception, ou plus simplement, *température du système*, soit:

$$T_{Sys} = T_A + T_C + T_0(N-M) \tag{3.14}$$

De même, le terme $G_A M$, souvent raccourci en G, est souvent dénommé *gain de l'antenne*, en tenant compte implicitement des pertes de la ligne reliant l'antenne au récepteur, soit:

$$G = G_A M \tag{3.15}$$

La relation (3.13) s'écrit alors:

$$Y = 1 + \frac{S\,G\,\lambda^2}{8\pi\,\mathrm{k}\,T_{Sys}} \tag{3.16}$$

Dans la formule (3.16), le terme $\frac{G}{T_{Sys}}$ est appelé *facteur de mérite.*

Ce paramètre est facilement accessible en mesurant directement le bruit de la source, le flux de cette dernière étant connu avec une bonne précision. Le facteur de mérite caractérise à lui seul les performances de l'installation "antenne + récepteur". On a donc:

$$\boxed{\frac{G}{T_{Sys}} = (Y-1)\frac{8\pi\,\mathrm{k}}{S\,\lambda^2}} \tag{3.17}$$

Il en résulte qu'une meilleure connaissance des contributions thermiques permet d'évaluer le gain de l'antenne:

$$\boxed{G = T_{\mathrm{Sys}}(Y-1)\frac{8\pi\,\mathrm{k}}{S\,\lambda^2}} \tag{3.18}$$

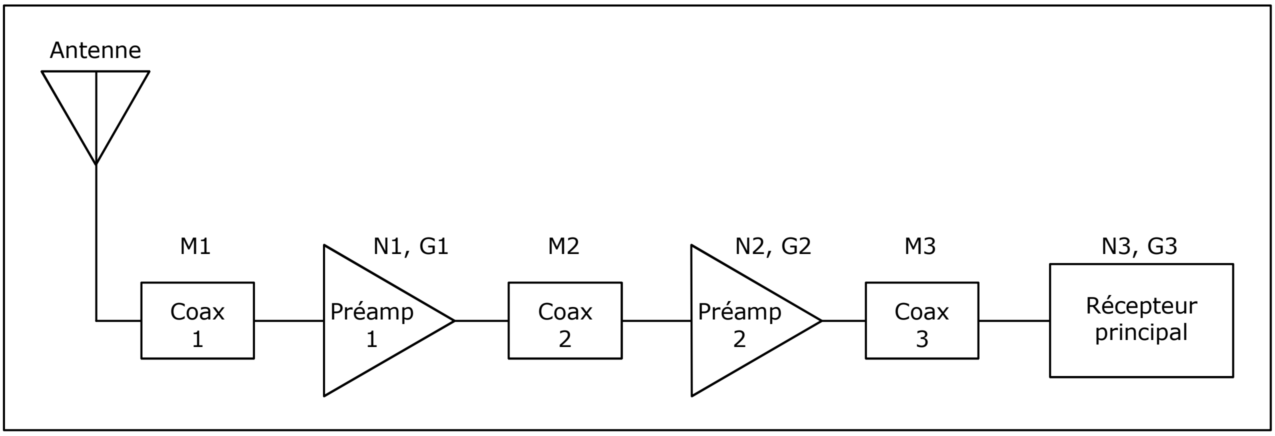
Inversement, une bonne connaissance du gain de l'antenne permet l'évaluation des contributions thermiques:

$$\boxed{T_{\mathrm{Sys}} = \frac{G}{(Y-1)}\frac{S\,\lambda^2}{8\pi\,\mathrm{k}}} \tag{3.19}$$

Le facteur de mérite est souvent exprimé logarithmiquement en "dB par degré K" par abus de langage. En toute rigueur, le facteur de mérite a la dimension inverse d'une température, ce qui revient à dire que plus le système est "froid", meilleur il est.

3.1.4) Chaîne amplificatrice:

Le schéma ci–dessous représente une chaîne amplificatrice classique. Les étages successifs sont caractérisés par leurs pertes s'agissant des liaisons entre les étages, ou par leurs facteurs de bruit et gains s'agissant des amplificateurs proprement dits et du récepteur final. Ce dernier est lui–même constitué d'un nombre fini d'étages, dont la résultante en bruit et en gain, peut être "ramenée" à son entrée. L'ensemble de cet assemblage est appelé système de réception.



Toujours dans ce schéma, si on néglige les pertes de liaison entre les étages, la température de bruit ramenée à l'entrée de la chaîne est donnée par la formule de Friis*:

$$T_{\mathrm{Sys}} = T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_0(N_1-1) + T_0\frac{N_2-1}{G_1} + T_0\frac{N_3-1}{G_1G_2} \tag{3.20}$$

qui, après factorisation et regroupement, donne:

$$T_{\mathrm{Sys}} = T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_0\left[N_1 + \frac{N_2-1}{G_1} + \frac{N_3-1}{G_1G_2} - 1\right] \tag{3.21}$$

On voit tout de suite la prépondérance du premier étage de la chaîne. De plus, la contribution en bruit des étages suivants est compensée par le gain des étages précédents.

Si les pertes des liaisons entre les premiers étages, tels que le schéma les représente, sont prises en compte, la formule (3.21) s'écrit alors:

$$T_{\mathrm{Sys}} = T_{\mathrm{C}} + T_{\mathrm{A}} + T_0\left[\frac{N_1-M_1}{M_1} + \frac{N_2-M_2}{G_1M_1} + \frac{N_3-M_3}{G_1G_2M_1M_2}\right] \tag{3.22}$$

---

* Harald T. Friis (1893–1976), physicien américain d'origine danoise.

L'examen de cette formule fait ressortir les points suivants:

1) Plus le facteur de bruit de l'étage d'entrée est faible, plus l'influence de la liaison entre l'antenne et cet étage est grande. Dans la pratique, on s'efforce de l'optimiser au mieux, avec des pertes inférieures au dixième de dB si possible. Ne pas oublier que $M_1 \le 1$ dans tous les cas (pour une perte de un dixième de dB, $M = 0,977$). D'où l'impérative nécessité de placer l'étage d'entrée au plus près possible du point d'alimentation de l'antenne.

2) A l'entrée du récepteur principal, les pertes dans les liaisons entre les étages successifs, dans la mesure où elles restent faibles par rapport au gain des étages précédents, influent de moins en moins sur le facteur de bruit global du système au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'étage d'entrée. Par contre, elles agissent sur le niveau global du signal reçu. On peut donc remplacer une de ces liaisons par un atténuateur ajustable calibré. On choisira de préférence une liaison proche du dernier étage du récepteur. L'atténuateur permet alors de ramener le niveau du signal reçu au niveau "repos" du récepteur. La différence donnée par l'atténuateur équivaut alors au niveau du signal reçu.

4) Exemple numérique réel

–Fréquence d'observation: 1296 MHz
–Radio–source observée: Cassiopeia A: $\text{Flux} = 1574\,\text{Jy} = -228,0\,\text{dB}(\text{J/m}^2)$ [juin 2011*].
–Température du ciel "froid": 5°K

Paramètre	valeur	unité
Diamètre de l'antenne	10,50	m
Gain de l'antenne	41,00	dBi
Facteur de bruit global du RX	0,71	dB
Température de bruit globale du RX	51,5	°K
Température équivalente de l'antenne	*97,0*	°K
Rapport Y = (signal + bruit) / bruit	0,79	dB
Facteur de mérite	*19,3*	"dB/°K"

–Le diamètre de l'antenne est connu par construction.
–Le gain de l'antenne est calculé en fonction de son diamètre.
–Le facteur de bruit global du RX est mesuré avec un équipement ad–hoc (HP8970B + HP346B).
–La température équivalente de bruit du RX en est déduite.

Le rapport Y = (signal + bruit) / bruit de la radio–source est mesuré à la sortie du dispositif de mesure (radiomètre, SDR, etc.). Dans l'exemple cité, le rapport Y a été mesuré avec un SDR fonctionnant sur 28 MHz, fréquence de sortie du convertisseur.

Les valeurs en italique sont calculées en fonction des résultats de l'observation et des autres paramètres supposés déjà connus.

La précision finale des résultats dépend fortement des conditions de mesures du rapport Y de la radio–source.

* Le flux de Cassiopeia A baisse d'année en année.

ANNEXE 1

Gain des antennes

A1.1) Antennes paraboliques dites "prime focus":

Ce type d'antenne est de loin le plus répandu à partir de 1296 MHz. Le gain d'une telle antenne est donné par la formule approchée suivante, pour $D \geq 8\lambda$:

$$G \approx 6,4 \frac{D^2}{\lambda^2} \tag{A1.1}$$

Soit sous forme logarithmique:

$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} \approx 8,1 + 20 \log \frac{D}{\lambda}} \tag{A1.2}$$

où:

G : gain isotrope de l'antenne, exprimé sous forme de facteur.
G_{dB} : gain isotrope de l'antenne, exprimé en dBi (dB *iso*).
D : giamètre de la parabole, en mètres (m).
λ : longueur d'onde, en mètres (m).

Le demi–angle d'ouverture à mi–puissance en fonction du diamètre est donné par la relation:

$$\alpha \approx 34,9 \frac{\lambda}{D} \tag{A1.3}$$

où:

α : demi–angle d'ouverture à –3 dB, exprimé en degrés.

On en déduit le gain *iso* en fonction du demi–angle d'ouverture:

$$G \approx \frac{7817,6}{\alpha^2} \tag{A1.4}$$

Soit sous forme logarithmique:

$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} \approx 38,93 - 20 \log \alpha} \tag{A1.5}$$

On peut également en déduire le demi–angle d'ouverture en fonction du gain *iso*:

$$\alpha \approx \frac{88,42}{\sqrt{G}} \tag{A1.6}$$

Pour mémoire, on peut citer le cas de la parabole *offset*, d'ouverture elliptique, volontiers utilisée par les radioamateurs actifs sur les hyperfréquences en propagation troposphérique.

$$G \approx 8,4 \frac{D^2}{\lambda^2} \tag{A1.7}$$

Soit sous forme logarithmique:

$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} \approx 9,2 + 20 \log \frac{D}{\lambda}} \tag{A1.8}$$

où:

D : longueur du petit axe de l'ellipse, en mètres (m).
λ : longueur d'onde, en mètres (m).

A1.2) Groupements d'antennes Yagi–Uda:

Ce type d'antenne est surtout utilisé sur 144 MHz et partiellement sur 432 MHz. Il est en effet aussi possible d'utiliser la parabole sur cette bande. On pourrait d'ailleurs qualifier cette dernière de "bande de transition" au niveau des antennes. Le gain de cette antenne peut être estimé par la formule empirique suivante:

$$G \approx 14{,}5\left[\frac{D}{\lambda}\right]^{0{,}8} \qquad \text{(A1.9)}$$

Soit sous forme logarithmique:

$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} \approx 11{,}6 + 8\log\frac{D}{\lambda}} \qquad \text{(A1.10)}$$

où:

G : gain isotrope de l'antenne, exprimé sous forme de facteur.
G_{dB} : gain isotrope de l'antenne, exprimé en dBi (dB "iso").
D : longueur de l'antenne, en mètres (m).
λ : longueur d'onde, en mètres (m).

Cette antenne a la propriété de pouvoir fonctionner en groupement, ou couplage. Cette méthode simple permet de multiplier le gain d'une antenne seule, dite antenne–mère, par le nombre d'antennes couplées. La formule suivante donne le gain d'un couplage d'antennes.

$$G \approx n \cdot 14{,}5\left[\frac{D}{\lambda}\right]^{0{,}8} \qquad \text{(A1.11)}$$

Soit sous forme logarithmique:

$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} \approx 11{,}6 + 8\log\frac{D}{\lambda} + 10\log n} \qquad \text{(A1.12)}$$

où:

n : nombre d'antennes couplées.

Pour des raisons d'ordre pratique, le nombre d'antennes couplées est la plupart du temps une puissance entière de 2 (n = 2, 4, 8, 16, etc.).

Remarque

Selon leurs structures respectives, les antennes rayonnent dans une polarisation bien définie. Les trois cas les plus courants sont la polarisation rectiligne, la polarisation circulaire gauche et la polarisation circulaire droite, avec une infinité de possibiltés (polarisations dites elliptiques) entre la polarisation circulaire gauche et la polarisation circulaire droite. Les trois polarisations citées sont donc des cas particuliers.

ANNEXE 2

Rayonnement du corps noir, loi de Planck, loi de Rayleigh–Jeans.

Le rayonnement du corps noir est donné par la relation suivante (loi de Planck):

$$Br = \frac{2\mathrm{hc}}{\lambda^3} \cdot \frac{1}{\left[\exp\left(\mathrm{hc}/\lambda \mathrm{k}T\right) - 1\right]} \qquad \text{(A2.1)}$$

où:

Br : brillance du corps noir, en joules / mètre carré / stéradian ($\mathrm{J/m^2/sr}$).
h : constante de Planck, en joules·secondes. $\mathrm{h} \simeq 6,62606896 \pm 0,00000033 \cdot 10^{-34}$ J·s.
c : vitesse de la lumière, en mètres / seconde. $\mathrm{c} = 2,99792458 \cdot 10^{8}$ m/s.
k : constante de Boltzmann, en joules / degrés Kelvin. $\mathrm{k} \simeq 1,3806504 \cdot 10^{-23}$ J/°K.
λ : longueur d'onde d'observation, en mètres (m).
T : température de brillance du corps noir, en degrés Kelvin (°K).

Dans le cas des ondes radioélectriques, ou ondes hertziennes, on a toujours $\mathrm{hc}/\lambda \ll \mathrm{k}T$ (dans un rapport de 1 à 500 environ). La relation (A2.1) peut alors s'écrire:

$$Br \simeq \frac{2\mathrm{hc}}{\lambda^3} \cdot \frac{1}{\left[1 + \mathrm{hc}/\lambda \mathrm{k}T - 1\right]} \qquad \text{(A2.2)}$$

qui, après simplification, donne:

$$\boxed{Br \simeq \frac{2\mathrm{k}T}{\lambda^2}} \qquad \text{(A2.3)}$$

Cette formule n'est autre que la loi de Rayleigh–Jeans, approximation satisfaisante de la loi de Planck dans le domaine hertzien du spectre.